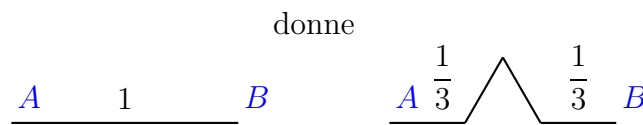


DM n°3 à rendre pour le 09/11/18

Vous pouvez le chercher à deux et si c'est le cas sur la copie vous mettez vos deux noms et chaque élève rédige une partie du DM. J'attends donc sur la copie avoir 2 écritures.

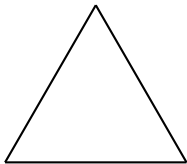
Découverte d'une fractale : Le Flokon de Koch

Le flocon de Koch est une figure géométrique obtenue à partir d'un triangle équilatéral par itération d'une transformation appliquée à chaque côté du triangle.

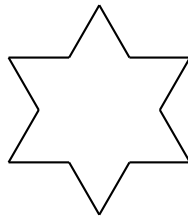


Le segment $[AB]$ de longueur 1 se transforme en une ligne brisée de quatre segments de longueur $\frac{1}{3}$.
Les trois première étapes de construction du flocon sont :

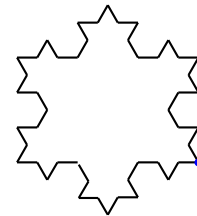
Étape 1



Étape 2



Étape 3



1. Étude du nombre de côtés

Pour tout entier naturel n avec $n \geq 1$, on note C_n le nombre de segments qui constituent le flocon à l'étape n .

- Donner les valeurs de C_1 , C_2 , C_3 et C_4 .
- Démontrer que la suite (C_n) est géométrique.
- En déduire l'expression de C_n en fonction de n .

2. Étude du périmètre

Pour tout entier naturel n avec $n \geq 1$, on note u_n la longueur du segment à l'étape n .

(a) Démontrer que la suite (u_n) est géométrique.

(b) Exprimer u_n en fonction de n .

(c) Démontrer que le périmètre du flocon à l'étape n est donné par $p_n = 3 \times \left(\frac{4}{3}\right)^{n-1}$.

3. Étude de l'aire

Pour tout entier naturel n avec $n \geq 1$, on note a_n l'aire du flocon à l'étape n .

(a) Calculer a_1 .

(b) De l'étape n à l'étape $n + 1$, l'aire est augmentée de celle des C_n triangles équilatéraux de côté u_{n+1} .

En déduire $a_{n+1} - a_n$ en fonction de n .

(c) Calculer $(a_n - a_{n-1}) + (a_{n-1} - a_{n-2}) + \dots + (a_2 - a_1)$ de deux façons différentes.

En déduire la valeur de a_n pour $n \geq 2$.

(d) Donner une valeur approximative de a_{50} arrondie au millième.

4. Que se passe-t-il pour le périmètre p_n quand n devient de plus en plus grand ? Et pour l'aire a_n ?